

91080

B.Sc. I 1st Semester Pass Course Examination,

November–2014

MATHEMATICS–III

Paper–BM–113

Solid Geometry

Time allowed : 3 hours]

[Maximum marks : 40]

Note : Attempt five questions in all, selecting one question from each section. Section–V is compulsory. Each question for Section–I, IV are of 7 marks and each part of Section–V is of 2 marks.

नोट : प्रत्येक खण्ड से एक प्रश्न चुनते हुए, कुल पाँच प्रश्न कीजिए। खण्ड–V अनिवार्य है। खण्ड–I, IV के लिए प्रत्येक प्रश्न 7 अंकों के हैं तथा खण्ड–V का प्रत्येक भाग 2 अंकों का है।

Section–I

खण्ड–I

- (a) Find the length of the axes, the eccentricity and equation of the axes of the conic

$$14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0 \quad 4$$

$$\text{शांकव } 14x^2 - 4xy + 11y^2 - 44x - 58y + 71 = 0$$

के अक्षों की लम्बाई, उत्केन्द्रता तथा अक्षों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

4

(2)

91080

- (b) To find the pole of the line $lx + my + n = 0$ with respect to the conic

$$ax^2 + 2 hxy + by^2 + 2 gx + 2 fy + c = 0 \quad 3$$

शांकव $ax^2 + 2 hxy + by^2 + 2 gx + 2 fy + c = 0$ के संदर्भ
सहित रेखा $lx + my + n = 0$ का ध्रुव ज्ञात कीजिए। 3

2. (a) Prove that the conic $x^2 + 2 y^2 - 1 = 0$ and $3x^2 + 8 xy + 10 y^2 - 4 x - 8 y + 1 = 0$, have double contact with each other. 4

सिल्ड कीजिए कि शांकव $x^2 + 2 y^2 - 1 = 0$ तथा

$3x^2 + 8 xy + 10 y^2 - 4 x - 8 y + 1 = 0$ के एक-दूसरे के
साथ दोहरे सम्पर्क हैं। 4

- (b) To find the polar equation of the circle on the join of (r_1, θ_1) and (r_2, θ_2) as diameter. 3

व्यास के रूप में (r_1, θ_1) तथा (r_2, θ_2) के संयोजन बिंदु पर
वृत्त का ध्रुवीय समीकरण ज्ञात करना है। 3

Section-II

खण्ड-II

3. (a) Show that the spheres $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ and $x^2 + y^2 + z^2 - 18 x - 24 y - 40 z + 225 = 0$ touch and find the co-ordinates of their common point. 4

91080

दिखाइए कि गोलक $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ तथा

$x^2 + y^2 + z^2 - 18x - 24y - 40z + 225 = 0$ स्पर्श करते

हैं तथा उनके उभयनिष्ठ बिन्दु के निर्देशांक को ज्ञात कीजिए। 4

- (b) Obtain the equation of the sphere, having the circle
 $x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z - 8 = 0, x + y + z = 3$ as the
great circle. 3

वृहद वृत्त के रूप में वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 + 10y - 4z - 8 = 0,$

$x + y + z = 3$ वाले गोलक का समीकरण ज्ञात कीजिए। 3

4. (a) To find the condition that $F(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ may represent a con. 4

शर्त ज्ञात करनी है कि $F(x, y, z) = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz$

$+ 2gzx + 2hxy + 2ux + 2vy + 2wz + d = 0$ किसी

शंकु का प्रतिनिधित्व करते हैं। 4

- (b) Find the quation of the right circular cylinder whose
guiding circle is $x^2 + y^2 + z^2 = 9, x - y + z = 3$ 3

समकोणीय वृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका निर्देशांक

वृत्त $x^2 + y^2 + z^2 = 9, x - y + z = 3$ है। 3

(4)

91080**Section-III****खण्ड-III**

5. (a) To prove that six normals can be drawn from a point (a, b, c) to the ellipsoid

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$$

4

सिद्ध करना है कि दीर्घवृत्तज

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$$

की ओर एक बिन्दु (a, b, c) से 4: अभिलम्ब चित्रित किए जा सकते हैं।

4

- (b) Prove that the sum of squares of the reciprocals of any three mutually perpendicular diameters of an ellipsoid is constant.

3

सिद्ध कीजिए कि एक दीर्घवृत्तज के किन्हीं तीन आपस में लंब व्यासों के व्युक्तमों के वर्गों का क्षेत्रफल स्थिरांक है।

3

6. (a) Find the equation of the polar plane of (a, b, c) w.r.t the ellipsoid

$$\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$$

4

91080

(5)

91080

वीर्धवृत्तज $\frac{x^2}{\alpha^2} + \frac{y^2}{\beta^2} + \frac{z^2}{\gamma^2} = 1$ के संदर्भ सहित (a, b, c) के

ध्रुवीय तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

4

- (b) Find the centre of the conic given by equation

$$2x - 2y - 5z + 5 = 0, 3x^2 + 2y^2 - 15z^2 = 4 \quad 3$$

समीकरणों $2x - 2y - 5z + 5 = 0, 3x^2 + 2y^2 - 15z^2 = 4$

द्वारा दिए गए शांकव का केन्द्र ज्ञात कीजिए।

3

Section-IV

खण्ड-IV

7. (a) Find the equation of the tangent plane at the point (α, β, γ) to the paraboloid $ax^2 + by^2 = 2cz$

4

परवलयज $ax^2 + by^2 = 2cz$ की ओर बिन्दु (α, β, γ) पर
स्परिखीय तल का समीकाण ज्ञात कीजिए।

4

- (b) Prove that the equation

$$2x^2 + 5y^2 + z^2 - 4xy - 8x + 14y + 3 = 0$$

is a surface of revolution. Find the reduced equation and equation of its principal axis. 3

91080

[P.T.O.]

(6)

91080

सिद्ध कीजिए कि समीकरण

$$2x^2 + 5y^2 + z^2 - 4xy - 8x + 14y + 3 = 0$$

परिक्रमण की एक सतह है। इसके मुख्य समानयित समीकरण तथा
मुख्य अक्ष का समीकरण ज्ञात कीजिए। 3

- 8.** (a) Find the condition that line

$$\frac{x-\alpha}{\ell} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n} \text{ is a generator of the conicoid } ax^2 + by^2 + cz^2 = 1 \quad 4$$

शर्त ज्ञात कीजिए कि रेखा

$$\frac{x-\alpha}{\ell} = \frac{y-\beta}{m} = \frac{z-\gamma}{n} \text{ शांकव } ax^2 + by^2 + cz^2 = 1 \text{ का एक जनित्र है।} \quad 4$$

- (b) To prove that two conicoids confocal with a given conicoid touch a given line. 3

सिद्ध करना है कि एक दिए गए शांकव के साथ कानफोकल दो शांकव एक दी गई रेखा को स्पर्श करते हैं।

Section-V

खण्ड-V

- 9.** (a) Find the asymptotes of the hyperbola

$$x^2 - 4xy - 5y^2 + 6x + 42y - 63 = 0$$

$$\text{अतिपरवलय } x^2 - 4xy - 5y^2 + 6x + 42y - 63 = 0$$

की अनन्तस्पर्शी अवस्थाओं को ज्ञात कीजिए।

91080

(7)

91080

- (b) Define Conjugate Diameters.

संयुग्मी व्यासों को परिभाषित कीजिए।

- (c) Find the radius and centre of the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 14y + 3 = 0$$

$$\text{गोलक } x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 14y + 3 = 0$$

की त्रिज्या तथा केन्द्र ज्ञात कीजिए।

- (d) Define cone.

शंकु को परिभाषित कीजिए।

- (e) Draw the “Elliptic paraboloid”.

‘दीर्घवृत्तीय परवलयज’ चित्रित कीजिए।

- (f) Define Confocal Conicoids.

कॉनफोकल शंकवों को परिभाषित कीजिए।

91080